

# FACOLTÀ DI INGEGNERIA

## Corso di laurea in Ingegneria Edile-Architettura

Prova scritta di **Geometria** assegnata l'11/12/2003

- 1-Durata della prova: due ore.
- 2-Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- 3-Non si possono consultare libri.
- 4-Usare solo la carta fornita dal Dipartimento.

### I

Sia fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale  $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}$ .  
Nel piano  $z = 0$  si consideri il fascio di coniche

$$x^2 + 2xy + y^2 + x + y - 2 + kxy = 0$$

1. Studiare il fascio, al variare di  $k$ , determinando le coniche spezzate, i punti base e le possibili coniche del fascio.
2. Detta  $\varphi$  la parabola del fascio, trovare una sua forma canonica.
3. Studiare le quadriche contenenti  $\varphi$ , che dai piani  $x = 0$  e  $y = 0$  sono secate in circonferenze.

### II

Si consideri l'endomorfismo  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  associato, rispetto alle basi canoniche, alla matrice

$$\begin{pmatrix} h & -1-h & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ h+1 & -1-h & -1 \end{pmatrix}.$$

1. Studiare  $f$ , al variare di  $h$ , determinando in ogni caso, una base di  $Ker(f)$  e  $Im(f)$ .
2. Studiare, al variare di  $h$ , la semplicità di  $f$ , determinando ove possibile una base di autovettori.
3. Determinare, al variare di  $h$ , la totalità dei vettori  $v \in \mathbb{R}^3$  tali che  $f(v) \in W = \{(x, y, z) | x - y - z = 0\}$