

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di laurea in **Ingegneria per l'Ambiente ed il Territorio**

Prova scritta di **esonero di Geometria** assegnata il 15/02/02

1-Durata della prova: due ore.

2-Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.

3-Non si possono consultare libri e appunti.

4-Usare solo la carta fornita dal Dipartimento.

Questionario

1. Se V è un k -spazio vettoriale. I vettori $v_1, v_2, \dots, v_n \in V$ si dicono **linearmente indipendenti** se....
2. Enunciare il criterio di indipendenza lineare.
3. Enunciare il Teorema spettrale applicato alle matrici **simmetriche reali**.
4. Se V è un k -spazio vettoriale. Date le due basi $E = (e_1, e_2, \dots, e_n)$ e $F = (f_1, f_2, \dots, f_n)$. Definire la matrice del **cambio di base** e le formule del **cambiamento di coordinate** in V .
5. Dimostrare che la somma di autospazi relativi ad un qualunque endomorfismo è sempre diretta.

II

In $\mathbb{R}^3$ sono assegnati la base $B = \{v_1 = (1, 0, -1); v_2 = (1, 0, 1); v_3 = (0, -1, 1)\}$ e l'endomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tale che

$$f(v_1) = hv_1 + (h-1)v_2; \quad f(v_2) = 2v_1 + v_2; \quad f(v_3) = (h+2)v_1 + hv_2 + v_3$$

1. Studiare l'endomorfismo f , al variare di $h \in \mathbb{R}$, determinando in ogni caso una base di $\text{Ker } f$ e $\text{Im } f$.
2. Determinare i valori di h per cui f è un endomorfismo semplice.
Per $h = 2$ in particolare trovare una base di autovettori.
3. Trovare la matrice $M^{E,E}(f)$ associata ad f rispetto alla base canonica E .
4. Trovare, al variare di h la controimmagine del sottospazio $W = \{(x, y, z) | x + y = 0; x - y + z = 0\}$.