

ESERCIZI DI ALGEBRA VETTORIALE (A)

A1

Sono assegnati i vettori $\mathbf{v} = (1, h, 2)$, $\mathbf{w} = (2k, 1, 4k)$, $\mathbf{u} = (2, 1, -1)$, con h, k parametri reali.

- 1) Determinare una coppia di valori per h e k in modo che $\mathbf{v} \perp \mathbf{w}$; determinare un'altra coppia di valori dei parametri in modo che $\mathbf{v} \parallel \mathbf{w}$.
- 2) Determinare h in modo che $\mathbf{v} \perp \mathbf{u}$; è possibile determinare k in modo che $\mathbf{w} \perp \mathbf{u}$? È possibile determinare k in modo che $\mathbf{w} \parallel \mathbf{u}$? Descrivere al variare di k l'angolo $\widehat{\mathbf{w}\mathbf{u}}$
- 3) Caratterizzare le coppie di valori di h e k per le quali i vettori \mathbf{v} , \mathbf{w} , \mathbf{u} risultano complanari.
- 4) Si assegnino ad h e k valori in modo che $\mathbf{v} \perp \mathbf{w}$. Si determini un vettore \mathbf{v}' tale che $\mathbf{v} \perp \mathbf{v}'$ e $\mathbf{w} \perp \mathbf{v}'$.
- 5) Determinare le coppie di valori di h e k per le quali l'equazione

$$\mathbf{u} = x\mathbf{v} + y\mathbf{w}$$

abbia soluzioni. Confrontare i risultati ottenuti con quelli del quesito 3).

A2

Determinare le soluzioni dell'equazione

$$x(1, -1, 1) + y(2, 1, 1) + z(0, -3, 1) = \mathbf{0}$$

A3

Dato il vettore $\mathbf{v} = (-2, 1, 4)$ determinare altri due vettori \mathbf{w} e \mathbf{u} che siano ortogonali tra di loro ed ortogonali a \mathbf{v} . Verificare che l'equazione $x\mathbf{v} + y\mathbf{w} + z\mathbf{u} = \mathbf{0}$ ammette solo la soluzione nulla.

A4

Determinare il valore del parametro reale h in modo che i tre vettori $\mathbf{v} = (h, 1, 0)$, $\mathbf{w} = (1, 1, 0)$, $\mathbf{u} = (h + 1, 0, 1)$ siano tra di loro ortogonali. Determinare il valore di h per cui i tre vettori risultano linearmente dipendenti, cioè l'equazione vettoriale $x\mathbf{v} + y\mathbf{w} + z\mathbf{u} = \mathbf{0}$ ammette qualche soluzione non nulla. Verificare che per questo valore di h i tre vettori sono complanari.

A5

Sono assegnati i vettori $\mathbf{w} = (-1, 2, 1)$, $\mathbf{u} = (1, 1, 1)$, $\mathbf{t} = (0, 3, 2)$. Verificare che questi tre vettori non sono un insieme di generatori dello spazio V , cioè che per un generico vettore $\mathbf{v} = (a, b, c) \in V$ l'equazione

$$\mathbf{v} = x\mathbf{w} + y\mathbf{u} + z\mathbf{t}$$

non ammette nessuna soluzione. Determinare uno di questi vettori, sia esso \mathbf{v}' , e verificare che \mathbf{w} , \mathbf{u} , \mathbf{v}' generano V .

A6

Sono assegnati i vettori $\mathbf{v}_1 = (1, 1, 1)$, $\mathbf{u} = (1, 1, 0)$, $\mathbf{w} = (0, 1, 1)$. Determinare una coppia di valori per x e y in modo che il vettore

$$\mathbf{v}_2 = x\mathbf{u} + y\mathbf{w}$$

sia ortogonale a \mathbf{v}_1 . Verificare che nessun vettore di tipo $x\mathbf{u} + y\mathbf{w}$ può essere ortogonale a \mathbf{v}_1 ed a \mathbf{v}_2 .