

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di laurea in Ingegneria Gestionale

Prova scritta di **esonero di Algebra Lineare** assegnata il 16/02/02

1-Durata della prova: due ore.

2-Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.

3-Non si possono consultare libri e appunti.

4-Usare solo la carta fornita dal Dipartimento.

Questionario

1. Sia V un K -spazio vettoriale e V_1 e V_2 due sottospazi. Dire che $V = V_1 + V_2$, vuol dire.....
2. Dire che $V = V_1 \oplus V_2$ vuol dire che.....
3. Se V è un K -spazio vettoriale di dimensione n e $v_1, v_2, \dots, v_m$ dei vettori di V . Rispondere alla seguente asserzione (Vero=V, Falso=F).
Se $m \geq n$ i vettori dati sono dei generatori per V .
Se $m \leq n$ i vettori sono linearmente indipendenti.
4. Se $\varphi : V \rightarrow V$ è un endomorfismo con V di dimensione n . Detta $E = (e_1, e_2, \dots, e_n)$ una base di V , definire la matrice $A = M^{E,E}(\varphi)$.
5. Detta F un'altra base di V , se $B = M^{F,F}(\varphi)$ per lo stesso endomorfismo del numero precedente, che relazione c'è tra le due matrici A e B ?
6. Enunciare il Teorema Spettrale relativo alle matrici simmetriche reali.

Sia data l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da

$$f(x, y, z) = ((k-2)x + 2y + kz, (k-3)x + y + (k-2)z, z)$$

1. Studiare l'applicazione al variare di k , trovando in ogni caso una base di $\ker f$ e una di $\operatorname{Im} f$.
2. Studiare la semplicità di f , al variare di k . In particolare provare che f è semplice per $k = 4$. In tal caso diagonalizzare la matrice $A = {}^{E,E}M(f)$, dove E è la base canonica, indicando la matrice diagonalizzante.
3. Per $k = 3$ trovare $V \subseteq \mathbb{R}^3$ tale che $F(V) \subseteq W$ dove $W = \{(x, y, z) | x - y = 0; z = 0\}$.