

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di laurea in Ingegneria Edile-Architettura

Prova scritta di **Geometria** assegnata il 29/01/07

- 1-Durata della prova: due ore e trenta.
- 2-Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- 3-Si possono consultare solo i libri di testo.
- 4-Usare solo la carta fornita dal Dipartimento.

I

Sia data l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da

$$f(x, y, z) = (-2x + (h + 2)y - hz, -(h + 1)x + (h + 2)y - z, -(h + 1)x + (h + 2)y - z)$$

1. Studiare tale applicazione, al variare di h , determinando in ogni caso una base di $Im(f)$ e $Ker(f)$.
Osservare che, per ogni h , il vettore $v = (1, 1, 1)$ appartiene sempre al $Ker(f)$.
2. Dopo avere trovato una matrice $M(f)^{B,B}$, con B base di \mathbb{R}^3 contenente $v = (1, 1, 1)$, studiare, al variare di h , la semplicità dell'endomorfismo.
3. Trovare, al variare di h , le equazioni cartesiane di $Im(f)$ e indicare, per ogni h , un vettore non appartenente all' $Im(f)$.

II

Sia fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}.u$

1. Trovare e studiare il fascio di coniche del piano $z = 0$ tangenti alle rette \vec{x} e \vec{y} nei punti $A = (1, 0, 0)$ e $B = (0, 1, 0)$.
2. Trovare la conica \underline{c} del fascio avente centro di simmetria $C = (2, 2, 0)$, una sua forma canonica e il cambiamento di coordinate che l'ha determinata.
3. Trovare l'equazione del cilindro avente \underline{c} come direttrice e vertice in $V = (1, 0, 2, 0)$.
4. Trovare il luogo dei centri delle coniche del fascio.