

# Ingegneria Edile-Architettura (A-L)

Prova scritta di **Algebra lineare e Geometria**- 21 Giugno 2010

---

*Durata della prova: tre ore.*

*È vietato uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.*

*Usare solo carta fornita dal Dipartimento di Matematica e Informatica, riconsegnandola tutta.*

*Si possono consultare solo i libri di testo.*

---

## I

Sia  $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  l'applicazione lineare definita da:

$$f(x, y, z, t) = (hx + (h-1)y - t, hy - z, x + (h-1)y - t, -x + (h-1)y + ht)$$

- 1) Studiare l'applicazione lineare  $f$  al variare del parametro reale  $h$ , determinando  $\text{Ker } f$  e  $\text{Im } f$ .
- 2) Dato  $V = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - t = 0\}$ , mostrare che la restrizione  $f|_V$  di  $f$  a  $V$  induce un endomorfismo  $\psi: V \rightarrow V$  per ogni  $h \in \mathbb{R}$ .
- 3) Studiare la semplicità di  $\psi$  al variare di  $h \in \mathbb{R}$ .
- 4) Nel caso  $h = 1$ , determinare un'applicazione lineare  $g: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2$  non nulla tale che  $g \circ f = 0$ .

## II

È assegnato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale  $O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}, u$ .

- 1) Data la retta:

$$r: \begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x + y - z - 1 = 0 \end{cases}$$

e dato il punto  $P = (2, 1, -1)$ , determinare il luogo delle rette che passano per  $P$  e formano con  $r$  un angolo di  $\frac{\pi}{4}$ .

- 2) Determinare la parabola  $p$  del piano  $z = 0$  avente la retta  $s: x - y = z = 0$  come asse di simmetria e avente l'asse  $\vec{x}$  tangente nel punto  $A = (1, 0, 0)$ . Determinare il vertice di  $p$ .
- 3) Studiare il fascio di quadriche di equazione:

$$x^2 - 2xy + 2hxz - 2yz + 2x + 2h + 1 = 0,$$

al variare di  $h \in \mathbb{R}$ . Determinare il vertice del cono appartenente al fascio.