

# FACOLTÀ DI INGEGNERIA

## Corso di laurea in Ingegneria Edile Architettura

Prova scritta di **Geometria** assegnata il 10/09/2009

- 1-Durata della prova: due ore e trenta.
- 2-Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- 3-Si possono consultare solo i libri di testo.
- 4-Usare solo la carta fornita dal Dipartimento.

### I

Si consideri l'applicazione lineare  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  che ha il vettore  $v_1 = (1, 1, 1)$  come autovettore associato all'autovalore  $T_1 = h + 2$  e che assegna  $f(0, 1, 0) = (-1, h, -1)$  e  $f(0, 0, 1) = (-1, -1, h + 4)$ .

1. Studiare l'applicazione  $f$ , al variare di  $h$ , determinando in ogni caso una base di  $Ker(f)$  e  $Im(f)$ .
2. Studiare la semplicità dell'endomorfismo, al variare di  $h$ .
3. Determinare, al variare di  $h$ , il sottospazio  $V \subseteq \mathbb{R}^3$  tale che  $f(V) \subseteq W$ , dove  $W = \{(y_1, y_2, y_3) | y_1 - y_2 = 0\}$ .
4. Detta  $A = M^{E,E}(f)$ , con  $E$  base canonica di  $\mathbb{R}^3$ , diagonalizzare  $A$ , ove possibile, e trovare la matrice diagonalizzante.

Sia fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale  $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}.u$ .

1. Trovare l'equazione del fascio di parabole del piano  $z = 0$  aventi asse di simmetria la retta  $x - y = 0$  e il vertice  $V = (1, 1)$ .
2. Determinare il fuoco e la relativa direttrice della generica parabola del fascio.
3. Trovare la parabola  $\varphi$  del fascio tangente agli assi coordinati  $\vec{x}$  e  $\vec{y}$ . Si determini una sua forma canonica ed il cambiamento di coordinate che la determina.
4. Trovare l'equazione del paraboloido ellittico ottenuto facendo ruotare  $\varphi$  attorno al proprio asse di simmetria.  
(Suggerimento). Si faccia ruotare la parabola ottenuta in 3. e si applichi poi il cambiamento di coordinate.