

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di laurea in Ingegneria Edile Architettura

Prova scritta di **Geometria** assegnata il 15/07/2009

- 1-Durata della prova: due ore e trenta.
- 2-Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- 3-Si possono consultare solo i libri di testo.
- 4-Usare solo la carta fornita dal Dipartimento.

I

Si consideri l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ che ha come matrice associata rispetto alla base $\mathcal{B} = \{v_1 = (1, 1, 0); v_2 = (0, 1, -1); v_3 = (0, 0, 1)\}$ e alla base canonica \mathcal{E} la matrice

$$M^{\mathcal{B}, \mathcal{E}}(f) = \begin{pmatrix} -1 & -2 & h+1 \\ -1 & -1 & h+1 \\ 0 & -1 & h \end{pmatrix}$$

1. Studiare l'applicazione f , al variare di h , determinando in ogni caso una base di $\text{Ker}(f)$ e $\text{Im}(f)$.
2. Dopo aver trovato la matrice $A = M^{\mathcal{B}, \mathcal{B}}(f)$ studiare la semplicità di f , al variare di h , e trovare una base di autovettori quando f non è un isomorfismo.
3. Determinare, al variare di h , il sottospazio $V \subseteq \mathbb{R}^3$ tale che $f(V) \subseteq W$, dove $W = \{(y_1, y_2, y_3) | y_1 = y_2 = 0\}$.
Qual'è il valore di h per cui $V = \mathcal{L}(e_3)$?

Sia fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}.u$. Siano r ed s le rette di equazioni $r : x - 1 = y = 0$ ed $s : x = y - 2 = 0$.

1. Scrivere le equazioni del luogo Γ dei punti P del piano $\vec{x}\vec{y}$ tali che

$$d(P, r) + d(P, s) = 1$$

2. Si studi la conica del piano $z = 0$ di equazione

$$3y^2 - 4xy + 4x - 4y = 0$$

determinando una sua forma canonica e il cambiamento di coordinate che l'ha determinata.

3. Fra le quadriche contenenti Γ si considerino quelle passanti per $Z_\infty = (0, 0, 1, 0)$ ed aventi in tale punto $x + y = 0$ come piano tangente.
Studiare il fascio delle quadriche trovate.