

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di laurea in Ingegneria Edile Architettura

Prova scritta di **Geometria** assegnata il 29/09/2009

- 1-Durata della prova: due ore e trenta.
- 2-Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- 3-Si possono consultare solo i libri di testo.
- 4-Usare solo la carta fornita dal Dipartimento.

I

Sia $V \subseteq \mathbb{R}^4$ il sottospazio generato da

$$v_1 = (1, 1, 1, 1); \quad v_2 = (1, 1, 1, 0); \quad v_3 = (1, 1, 0, 0)$$

e $f : V \rightarrow V$ l'endomorfismo tale:

- v_1 sia autovettore associato all'autovalore $T = h$;
- $f(v_2) = (0, 0, 1, 1), f(v_3) = (1 - h, 1 - h, 1, 0)$.

1. Studiare f al variare di $h \in \mathbb{R}$, determinando $\text{Ker}(f)$ e $\text{Im}(f)$.
2. Studiare, al variare di $h \in \mathbb{R}$, la semplicità di f .
3. Determinare, al variare di $h \in \mathbb{R}$, il sottospazio $W \subseteq V$ tale che $f(W) = \mathcal{L}(1, 1, -1, -1)$.
4. Dire perché non è possibile estendere f ad un endomorfismo $\varphi : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ tale che:
 - φ non sia un isomorfismo;
 - φ abbia un autovalore doppio;
 - φ sia semplice.

II

Sia fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}.u$.

1. Dati il piano $\pi : 2x - y + 3z - 1 = 0$ e la retta $r : x = y = z$. Determinare le equazioni della retta r' simmetrica di r rispetto ad π .
2. Studiare il fascio di coniche Φ del piano $x = 0$ passanti per $A = (0, 0, -1)$, per $B = (0, -1, 0)$ e tangenti in O alla retta $x = 0; y + z = 0$.
3. Detta \mathcal{C} la circonferenza del fascio determinare e classificare le quadriche contenenti \mathcal{C} , passanti per $(1, 0, 0, 0)$ ed ivi tangenti al piano $z + 1 = 0$.
4. Detta \wp la parabola del fascio, trovare il cono avente \wp come direttrice e vertice il punto $V = (1, 0, 1)$.