

# FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di laurea in Ingegneria **Edile Architettura**

Prova scritta di **Geometria** assegnata il 24/06/09

1-Durata della prova: due ore e trenta.

2-Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.

3-Si possono consultare solo i libri di testo.

4-Usare solo la carta fornita dal Dipartimento.

## I

Si consideri l'endomorfismo  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definito da:

$$f(1, 1, 0) = (2, 2, 0); \quad f(3, 3, 1) = (h + 4, h + 4, h); \quad f(1, 0, -1) = (2 - h, 1 - h, -h)$$

1. Studiare, al variare di  $h$ , l'endomorfismo  $f$  determinando in ogni caso una base di  $Ker(f)$  e  $Im(f)$ .
2. Dopo aver trovato la matrice  $A = M^{E,E}(f)$  associata ad  $f$  relativamente alla base canonica di  $\mathbb{R}^3$  provare che  $f$  è sempre semplice e trovare una base di autovettori indipendente da  $h$ .
3. Utilizzando la matrice  $A$  trovare, al variare di  $h$ ,  $f^{-1}(1, 0, -1)$ .
4. Per  $h = 1$ , determinare l'applicazione  $f^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , inversa della  $f$ .

## II

Sia fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale  $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}.u$   
Si consideri il fascio di coniche del piano  $z = 0$  di equazione

$$(1 - h)x^2 + (1 - h)y^2 - 2(1 + h)xy - 4\sqrt{2}(x - y) = 0.$$

1. Determinare le coniche spezzate, i punti base e la natura delle coniche del fascio, al variare del parametro  $h$ .  
Provare che tutte le coniche del fascio hanno lo stesso centro di simmetria.
2. Detta  $\gamma$  l'iperbole equilatera del fascio, trovare una sua forma canonica e il cambiamento di coordinate che la determina.
3. Scrivere l'equazione del cilindro avente direttrice  $\gamma$  e generatrici parallele alla retta di equazioni 
$$\begin{cases} x - y + z - 1 = 0 \\ x + y - 2z = 0 \end{cases}$$