FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di laurea in Ingegneria Edile Architettura

Prova scritta di **Geometria** assegnata il 26/01/2010

1-Durata della prova: tre ore.
2-Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
3-Si possono consultare solo i libri di testo.
4-Usare solo la carta fornita dal Dipartimento.

I

Sia $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare associata alla matrice:

$$M(f) = \begin{pmatrix} 1 & h & -1 \\ -2 & 2-2h & h+1 \\ 1 & 2h & -1 \\ -1 & 2 & h \end{pmatrix}$$

1) Studiare l'applicazione lineare f al variare del parametro reale h, determinando $\operatorname{Ker} f$ e $\operatorname{Im} f$.

2) Dati i vettori $v_1 = (h,0,0,0)$, $v_2 = (1,h-1,0,h-1)$ e $v_3 = (2,0,h,h)$ e $V = \mathscr{L}(v_1,v_2,v_3)$, dire in quali casi $V = \operatorname{Im} f$.

3) Detta $g\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da:

$$g(x,y,z,t) = (2x+2y+z-2t, 2x+y, 2x+y),$$

studiare la semplicità al variare di h di $g \circ f$.

II

È assegnato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}, u$.

1) Determinare e studiare il fascio di coniche del piano $z = 0$ passanti per i punti $A = (1,0,0)$, $B = (0,1,0)$ e per $O = (0,0,0)$ e aventi la retta $r\colon x+y = z = 0$ tangente nel punto O. Determinare centro di simmetria e asintoti dell'iperbole passante per il punto $C = (1,-2,0)$.

2) Dato il fascio di coniche:

$$\phi : \begin{cases} x^2 - y^2 + z^2 - kxz = 0 \\ t = 0 \end{cases}$$

determinare la quadrica contenente la generica conica del fascio ϕ,contenente la conica:

$$\begin{cases} y^2 - z^2 - y + 2 = 0 \\ x = 0, \end{cases}$$

e passante per il punto $(1,0,1)$. Studiare le quadriche così ottenute al variare del parametro reale k.

3) **Facoltativo:** Date le rette:

$$r : \begin{cases} x - 2y = 0 \\ z = 1 \end{cases} \quad \text{e } s : \begin{cases} x + y = 0 \\ z = -1 \end{cases}$$

e il piano $\alpha\colon x - y + z = 0$, determinare e studiare la quadrica Q luogo delle rette che sono incidenti a r e s e sono parallele ad α.