

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di laurea in Ingegneria Edile Architettura

Prova scritta di **Geometria** assegnata il 25/02/06

- 1-Durata della prova: due ore.
- 2-Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- 3-Non si possono consultare appunti.
- 4-Usare solo la carta fornita dal Dipartimento.

I

Siano date le relazioni

$$f(1, 1, 1) = (-1, -1, -1); \quad f(0, 1, 1) = (0, -1, -1); \quad f(2, 0, 1) = (-1 - h, 0, -h).$$

1. Dire perchè le precedenti definiscono un'unica applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$.
2. Studiare, al variare di h , l'applicazione lineare f , determinando in ogni caso una base del $Ker(f)$ e una di $Im(f)$.
3. Provare che l'endomorfismo è sempre semplice e trovare una base di autovettori.
4. Provare che la controimmagine del sottospazio $W = \{(y_1, y_2, y_3) \mid y_3 - y_1 = 0\} \subseteq \mathbb{R}^3$ è indipendente da h .

II

Sia fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}.u$.
Si considerino le tre rette

$$\mathbf{r} \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \quad \mathbf{s} \begin{cases} y = 1 \\ z = 0 \end{cases} \quad \mathbf{t} \begin{cases} x + z = 0 \\ t = 0 \end{cases}$$

1. Detto G un punto generico di \mathbf{t} , scrivere le equazioni della retta g complanare ad \mathbf{r} e ad \mathbf{s} e passante per G .
Determinare e classificare la quadrica Q luogo descritto dalle rette g , al variare di G su \mathbf{t} .
2. Secando la quadrica Q col piano $z = 1$ si ottiene la conica \mathbf{c} di equazioni $\begin{cases} z = 1 \\ xy - x + 1 = 0 \end{cases}$.
Ridurla a forma canonica, determinando il cambiamento di coordinate, il suo grafico e le coordinate dei fuochi.
3. Determinare e studiare le quadriche aventi $C_\infty \begin{cases} t = 0 \\ xy + yz + xz = 0 \end{cases}$ e che hanno piano tangente nell'origine il piano: $x - y + z = 0$.