

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di laurea in Ingegneria Edile-Architettura

Prova scritta di **Geometria** assegnata il 19-07-06

- 1-Durata della prova: due ore.
- 2-Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- 3-Non si possono consultare libri.
- 4-Usare solo la carta fornita dal Dipartimento.

I

Si consideri l'endomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definito dalle seguenti condizioni:

$$f(v_1) = (h, -1, -1);$$

v_2 è un autovettore associato all'autovalore $T = h - 1$;

$$f(v_3) = (-2, h + 1, h + 1),$$

dove i vettori $v_1 = (1, 0, 0)$; $v_2 = (-1, 1, 0)$; $v_3 = (0, 1, 1)$ costituiscono una base \mathcal{B} di \mathbb{R}^3 .

1. Studiare, al variare di h , l'endomorfismo, determinando in ogni caso una base di $\text{Ker}(f)$ e $\text{Im}(f)$.
2. Dopo avere trovato la matrice $M^{\mathcal{B},\mathcal{B}}(f)$, studiare, al variare di h , la semplicità dell'endomorfismo f .
3. Determinare, al variare di h , il sottospazio V del dominio tale che $f(V) = W$, dove W è il sottospazio del codominio costituito dai vettori che hanno nulle le prime due componenti y_1, y_2 , rispetto alla base \mathcal{B} .

II

Sia fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}.u$

1. Nel piano $z = 0$, si consideri la totalità \mathfrak{R} delle coniche tangenti in $A = (1, 0)$ alla retta $x - ay - 1 = 0$, passanti per $O = (0, 0)$ e per $B = (1, 1)$, dove $a \in \mathbb{R}$ è un parametro.
2. Fra le coniche di \mathfrak{R} determinare quelle passanti per $C = (2, 1)$. Si ottiene un fascio di coniche \mathfrak{S} . Studiare \mathfrak{S} determinando i punti base e le coniche spezzate.
3. Detta C la conica di \mathfrak{S} che si ottiene per $a = 2$, trovare:
 - una sua forma canonica;
 - l'equazione del cilindro avente C come direttrice e generatrici parallele alla retta di equazioni
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 - t \\ z = t \end{cases} .$$