

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di laurea in Ingegneria Edile Architettura

Prova scritta di **Geometria** assegnata il 5/09/07

- 1-Durata della prova: due ore e trenta.
- 2-Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- 3-Si possono consultare solo i libri di testo.
- 4-Usare solo la carta fornita dal Dipartimento.

I

Si consideri l'endomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definito da:

$$f((1, 0, 0) = (h, h - 1, h - 1); \quad f(0, 1, 0) = (1 - h, 2 - h, 1 - h); \quad f(1, 1, 1) = (h, h, h)$$

1. Studiare, al variare di h , l'endomorfismo f determinando in ogni caso una base di $Ker(f)$ e $Im(f)$.
2. Dopo aver trovato la matrice $M^{B,B}(f)$ associata ad f relativamente alla base $B = \{e_1, e_2, v_3\}$, dove $e_1 = (1, 0, 0)$, $e_2 = (0, 1, 0)$, $v_3 = (1, 1, 1)$, provare che f è sempre semplice e trovare una base di autovettori indipendente da h .
3. Dopo aver trovato la matrice $M^{E,E}(f)$ associata ad f rispetto alle basi canoniche, provare che per ogni h , $f(V) \subseteq V$, dove $V = \{(x, y, z) \mid x = y\}$.
4. Utilizzando la matrice $M^{E,E}(f)$ trovare, al variare di h , $f^{-1}(1, 1, 1)$.

II

Sia fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}.u$

1. Dato il piano $\alpha : x + 2y + z - 1 = 0$ e la retta $r : x = y = z - 1$, trovare la retta r' simmetrica di r rispetto ad α .
2. Nel piano $z = 0$ trovare e studiare il fascio di coniche tangenti ad \vec{x} e \vec{y} rispettivamente in $(1, 0)$ e $(0, 1)$. In particolare detta φ la parabola del fascio trovare una sua equazione canonica, asse di simmetria e vertice.
3. Scrivere l'equazione del cilindro avente direttrice φ e generatrici parallele alla direzione individuata dai parametri direttori $(1, -1, -1)$.