

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di laurea in Ingegneria Edile-Architettura

Prova scritta di **Geometria** assegnata il 6-09-06

- 1-Durata della prova: due ore.
- 2-Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- 3-Non si possono consultare libri.
- 4-Usare solo la carta fornita dal Dipartimento.

I

Si consideri l'endomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definito dalle seguenti relazioni:

$$f(1, 1, 1) = (h + 1, h + 1, h + 1); \quad f(0, 1, 0) = (h, h + 1, h); \quad f(0, 1, 1) = (h - 1, h, h)$$

1. Determinare le matrici A e B associate ad f , rispettivamente alla base canonica E e alla base B , costituita dai vettori $(1, 1, 1)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 1, 1)$, da utilizzare secondo le convenienze che si presenteranno. Qual' è il legame che c' è tra A e B ?
2. Studiare, al variare di h , l' endomorfismo, determinando in ogni caso una base di $Ker(f)$ e $Im(f)$. Stabilire quando l'applicazione è invertibile e determinare $f^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$.
3. Studiare, al variare di h , la semplicità dell' endomorfismo f . Nei casi in cui è semplice trovare una base di autovettori.
4. Determinare, al variare di h , il sottospazio V del dominio tale che $f(V) \subseteq W$, dove $W = \{(y_1, y_2, y_3) \mid y_1 = 0; y_2 = y_3\}$.

II

Sia fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}.u$

1. Nel piano $z = 0$, si consideri il fascio delle coniche tangenti in O alla retta $x - y = 0$ e passanti per $A = (0, 1)$ e $B = (-1, 1)$.
2. Fra le coniche del fascio si determini l'iperbole equilatera, e si scriva una sua forma canonica, indicando il cambiamento di coordinate che l'ha determinata.
3. Detta C la circonferenza del fascio si trovi l'equazione della sfera contenente C ed avente in O piano tangente $x - y - z = 0$.