

# FACOLTÀ DI INGEGNERIA

## Corso di Laurea in Ingegneria Edile Architettura e Gestionale

Prova scritta di **Algebra lineare e Geometria** assegnata il 21/07/2005

- 1-Durata della prova: due ore.
- 2-Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- 3-Non si possono consultare libri.
- 4-Usare solo la carta fornita dal Dipartimento.

### I

Si consideri l'endomorfismo  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definito da

$$f(1, 1, 1) = (1 - h, 1 + h, 1); \quad f(-1, -1, 1) = (1 - h, -1 - h, -1); \quad f(0, 1, -1) = (h - 1, 1 + h, 0)$$

1. Studiare tale endomorfismo, al variare di  $h$ , determinando in ogni caso una base di  $\text{Ker}(f)$  e  $\text{Im}(f)$ .
2. Studiare, al variare di  $h$ , la semplicità di  $f$ .
3. Per  $h = 0$ , diagonalizzare la matrice  $A = M^{E,E}(f)$ , rispetto alle basi canoniche.
4. Detto  $V = \{(x, y, z) \mid x - y + z = 0; x - z = 0\}$ ; determinare  $W = f(V)$ , al variare di  $h$ .

### II

Sia fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale  $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}.u$

1. Nel piano  $z = 0$  è dato il fascio di coniche

$$(1 + h)x^2 + (1 + h)y^2 + 2(1 - h)xy - 2 = 0$$

Studiare il fascio, al variare del parametro, individuando i punti base e le coniche spezzate del fascio.

2. Sia  $\gamma$  la conica del fascio passante per  $(\frac{1}{2}, 0, 0)$ , trovare una sua forma canonica ed il cambiamento di coordinate che l'ha determinata.
3. Trovare l'equazione del cono avente  $\gamma$  come direttrice e vertice il punto  $V = (1, 1, -1)$ .