

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corsi di laurea in Ingegneria Edile-Architettura e Gestionale

Prova scritta di **Algebra lineare e Geometria** assegnata il 23/09/05

- 1-Durata della prova: due ore.
- 2-Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- 3-Non si possono consultare appunti.
- 4-Usare solo la carta fornita dal Dipartimento.

I

a) Sia fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}.u$.

Si consideri nel piano $z = 0$ il fascio di coniche

$$x^2 + y^2 + (\lambda - 2)xy + x - y - 2 = 0$$

1. Studiare il fascio indicando i punti base e le coniche spezzate.
2. Caratterizzare le coniche del fascio ed in particolare trovare la parabola φ e una sua forma canonica.
3. Trovare l'equazione del cilindro avente come direttrice φ e generatrici parallele alla retta
$$\begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ x + y + z = -1 \end{cases}$$
.

II

Si consideri l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita dalle relazioni:

$$f(1, -1, 0) = (k - 1, 0, 1 - k); \quad f(0, 1, 1) = (1, 2, k + 2); \quad f(1, 1, 1) = (k + 1, 3, k + 3)$$

1. Dopo avere trovato la matrice $A = M^{E,E}(f)$ rispetto alle basi canoniche, studiare l'applicazione al variare di k , determinando in ogni caso una base di $\text{Ker}(f)$ e $\text{Im}(f)$.
2. Determinare i due valori di k tali che l'endomorfismo f abbia l'autovalore $T = 1$.
Provare che tali endomorfismi sono entrambi semplici e per $k \neq 0$ diagonalizzare la matrice associata.
3. Determinare, al variare di k , la controimmagine V costituita dai vettori v tali che $f(v) = (0, k, 2)$.