

# FACOLTÀ DI INGEGNERIA

## Corso di laurea in Ingegneria Edile Architettura

Prova scritta di **Geometria** assegnata il 18/07/07

- 1-Durata della prova: due ore e trenta.
- 2-Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- 3-Si possono consultare solo i libri di testo.
- 4-Usare solo la carta fornita dal Dipartimento.

### I

In  $\mathbb{R}^3$  si considerino i due sottospazi:

$$U = \{(a, b, c) \mid a - c = 0\} \quad \text{e} \quad W = \mathcal{L}(0, 1, 1).$$

1. Provare che  $\mathbb{R}^3 = U \oplus W$ . Detto  $v = (x, y, z)$  il generico elemento di  $\mathbb{R}^3$ , determinare i vettori  $u \in U$  e  $w \in W$  tali che  $v = u + w$ .
2. Studiare, al variare di  $h$ , l'endomorfismo  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  così definito  $f(v) = hu + w$ , dove i vettori  $v, u, w$  sono quelli che soddisfano la 1). Determinare in ogni caso una base di  $Im(f)$  e  $Ker(f)$ .
3. Studiare, al variare di  $h$ , la semplicità dell'endomorfismo, indicando una base di autovettori nei casi in cui  $f$  è semplice.
4. Studiare, al variare di  $h$ , la controimmagine  $f^{-1}(0, 1, -1)$ .

### II

Sia fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale  $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}.u$

1. Trovare l'equazione della parabola  $\wp$  del piano  $z = 0$ , avente vertice in  $O$ , asse di simmetria l'asse  $\vec{x}$  e passante per  $P = (1, 1, 0)$ .
2. Determinare e studiare la famiglia  $\Phi$  di quadriche contenenti  $\wp$ , passanti per  $Z_\infty = (0, 0, 1, 0)$  ed aventi  $x = 0$  come piano tangente nell'origine.
3. Scrivere l'equazione del cilindro avente direttrice  $\wp$  e generatrici parallele all'asse  $\vec{z}$ .
4. Classificare le sezioni del generico cono di  $\Phi$  con piani contenenti l'asse  $\vec{y}$ , valutando la natura dei punti impropri della generica conica sezione.