

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di laurea in Ingegneria **Edile Architettura**

Prova scritta di **Geometria** assegnata il 25/09/07

- 1-Durata della prova: due ore e trenta.
- 2-Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- 3-Si possono consultare solo i libri di testo.
- 4-Usare solo la carta fornita dal Dipartimento.

I

Si consideri l'endomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definito da:

$$f(1, 1, 0) = (2, 2, 0); \quad f(3, 3, 1) = (h + 4, h + 4, h); \quad f(1, 0, -1) = (2 - h, 1 - h, -h)$$

1. Studiare, al variare di h , l'endomorfismo f determinando in ogni caso una base di $Ker(f)$ e $Im(f)$.
2. Dopo aver trovato la matrice $A = M^{E,E}(f)$ associata ad f relativamente alla base canonica di \mathbb{R}^3 provare che f è sempre semplice e trovare una base di autovettori indipendente da h .
3. Utilizzando la matrice A trovare, al variare di h , $f^{-1}(1, 0, -1)$.
4. Per $h = 1$, determinare l'applicazione $f^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, inversa della f .

II

Sia fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}.u$

1. Dato il piano $\alpha : x - 2y - z - 1 = 0$ e la retta $r : x = y = z + 1$, trovare le equazioni della retta r' simmetrica di r rispetto ad α .
2. Nel piano $z = 0$ trovare e studiare il fascio di coniche tangenti ad \vec{x} e \vec{y} rispettivamente in $(-1, 0)$ e $(0, -1)$. In particolare detta \wp la parabola del fascio trovare una sua equazione canonica, asse di simmetria e vertice.
3. Scrivere l'equazione del cilindro avente direttrice \wp e generatrici parallele alla direzione individuata dai parametri direttori $(1, -1, -1)$.