

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di laurea in Ingegneria Edile Architettura

Prova scritta di **Geometria** assegnata il 16/02/09

- 1-Durata della prova: due ore e trenta.
- 2-Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- 3-Si possono consultare solo i libri di testo.
- 4-Usare solo la carta fornita dal Dipartimento.

I

Sia fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}.u$

1. Si considerino le rette

$$r \begin{cases} x - 1 = 0 \\ y + z = 0 \end{cases} \quad s \begin{cases} y + 2 = 0 \\ x + z = 0 \end{cases} .$$

Detto $G = (0, 0, h)$ il generico punto dell'asse \vec{z} , si consideri la retta g passante per G e complanare tanto ad r che ad s .

Determinare e studiare la quadrica Q descritta dalla retta g al variare di G sull'asse \vec{z} .

2. Si considerino le due coniche

$$\gamma_1 \begin{cases} z = 0 \\ 2x^2 + y^2 + 2y - 2x = 0 \end{cases} \quad \text{e} \quad \gamma_2 \begin{cases} y = 0 \\ x^2 + xz - x = 0 \end{cases} .$$

Determinare e studiare la famiglia di quadriche contenenti γ_1 e γ_2 .

3. Trovare l'equazione del cilindro avente come direttrice γ_1 e generatrici parallele alla retta di equazioni $x = y = -z$.

II

Si consideri l'endomorfismo $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$, associato, rispetto alle basi canoniche, alla matrice

$$M(f) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ -h & h-1 & -h-1 & h \\ 1 & -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Studiare, al variare di h , l'endomorfismo f determinando in ogni caso una base di $\text{Ker}(f)$ e $\text{Im}(f)$.
2. Detti $v_1 = (1, 1, 0, 0)$, $v_2 = (-1, 0, 1, 0)$, $v_3 = (1, 0, 0, 1)$, dopo avere determinato le equazioni cartesiane del sottospazio $V = \mathcal{L}(v_1, v_2, v_3)$, provare che $f(v_1), f(v_2), f(v_3) \in V$. Ciò implica che la restrizione di f a V induce un endomorfismo $f' : V \rightarrow V$. Studiare la semplicità di f' .
3. Determinare il sottospazio $W = \{w \in \mathbb{R}^4 | w \bullet v = 0, \text{ per ogni } v \in V\}$. Esistono valori di h per cui la restrizione di f a W sia un endomorfismo?