

Facoltà di Ingegneria – Dipartimento di Matematica
 Corsi di Laurea in **Ingegneria Elettronica** e **Edile**
 Prova scritta di **Geometria**, assegnata il 4 - 12 - 1999

Durata della prova: tre ore.

È consentito consultare solo i libri di testo.

Usare solo la carta fornita dal Dipartimento e **riconsegnare tutti i fogli**.

Non si può uscire dall'aula se non dopo la **consegna definitiva del compito**.

Si identifichi lo spazio vettoriale \mathbb{R}^3 , con lo spazio ordinario in cui sia fissato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $\{O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}, u\}$.

Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo così definito:

$$\begin{cases} f(1, 0, 1) = (h+1, h, h^2+1) \\ f(0, 1, 0) = (2h, h, 3h) \\ f(0, -1, 1) = (-h, 0, h^2-3h) \end{cases} \quad \text{con } h \in \mathbb{R}.$$

1.– Studiare f , al variare di h , determinando in ogni caso le equazioni cartesiane di $\text{Ker } f$ e $\text{Im } f$.

2.– Determinare, al variare di h , $f^{-1}(\underline{v})$, dove $\underline{v} = (1, h, h^2+1)$.

Trovare e studiare il luogo \mathcal{C} descritto da $f^{-1}(v)$, al variare di h .

3.– Determinare i valori di h per cui f ammette l'autovalore $\lambda = 1$ e in tali casi determinare una base di \mathbb{R}^3 formata da autovettori.

4.– Sia γ la conica del piano $z = 0$ tangente in O all'asse delle \vec{y} , tangente in X_∞ alla retta impropria (del piano $z = 0$) e passante per $A \equiv (-2, -1, 0)$.

Determinare e studiare le quadriche, Φ , che contengono γ , passano per Z_∞ e sono tangenti nel punto $B \equiv (0, 0, 1)$ alla retta $\begin{cases} x = y \\ z = x + 1 \end{cases}$

5.– Detti Q e α rispettivamente il cono di Φ e un qualunque piano contenente l'asse delle \vec{y} si determini la natura della conica $\Gamma = Q \cap \alpha$ al variare di α .