Università di Catania – Dipartimento di Matematica
Corso di Laurea in **Ingegneria** **Elettronica**
Prova scritta di ***Geometria***, assegnata il 19 - 6 - 2002

\- - - - -

Durata della prova: due ore.
È consentito consultare solo i libri di testo.
Usare solo la carta fornita dal Dipartimento **riconsegnandola tutta.**
È vietato uscire dall'aula prima di avere consegnato **definitivamente** il compito.

È assegnato, nello spazio, un sistema di rif. cart. ortog. $\{O\,;\vec{x},\,\vec{y},\,\vec{z},\,\mathrm{u}\}$.

I

1\. – Determinare e studiare il fascio Φ di quadriche che :

contengono la conica riducibile $\begin{cases} x(x-2\sqrt{2}\,z) & =0 \\ \quad t & =0 \end{cases}$

ed hanno come piano tangente in O il piano $\alpha\ :\ \ z=2x$.

2\. – Siano:

$\mathcal{Q}$ il cilindro di Φ passante per $A \equiv (\,1,\ 0,\ \dfrac{1-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\,)$ e π il piano $x-2y+z-4=0$.

- Determinare le equazioni della conica $\gamma = \mathcal{Q} \cap \pi$.
- Studiare la conica $\overline{\gamma}$ proiezione ortogonale di γ sul piano $y=0$.

3\. – Determinare una forma canonica della conica

$$\overline{\gamma}\ :\quad x^2-2\,\sqrt{2}\,x\,z-2\sqrt{2}\,x+\sqrt{2}\,z=0 \quad ,\quad y=0$$

e le relative formule del cambiamento di coordinate.

II

1\. – In $\mathbb{R}^3$ euclideo si studi l'endomorfismo f così definito:

$$\begin{cases} f(\,1,1,0\,)=(2,\ 1,\ h\,) \\ f(\,0,1,1\,)=(0,h+1,h+1) \\ f(1,1,-1)=(2,1-h,h-1) \end{cases} \qquad \text{con } h\in\mathbb{R},$$

determinando in ogni caso una base di $Im\,f$ e di $Ker\,f$

2\. – Studiare la semplicità di f al variare di $h\in\mathbb{R}$.

3\. – Nei casi in cui f non è un isomorfismo ed è semplice si determini una base ortonormale di $\mathbb{R}^3$.

4\. – Provare che , $\forall h \in \mathbb{R}$, f non conserva il prodotto scalare.