FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Area Didattica Informatica-(C)

Prova scritta di **esonero** di **Algebra lineare** assegnata il

- 1-Durata della prova: due ore.
- 2-Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- 3-Non si possono consultare libri.
- 4-Usare solo la carta fornita dal Dipartimento.

I

Sia data l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ data da

$$f(x, y, z) = (hx + y + z, x + hy + z, x + y + hz)$$

1. Studiare f al variare di h e trovare in ogni caso una base di $\text{Ker}(f)$ e una di $\text{Im}(f)$.
punti: 4
2. Determinare al variare di h la totalità dei vettori $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3\}$ tali che
 $f(x, y, z) = (1, h + 1, h + 2)$.
punti: 4
3. Studiare la semplicità di f , al variare di h , sapendo che $(1, 1, 1)$ è un autovettore di f .
Quando è possibile, determinare una base di autovettori.
punti: 4
4. Per $h = 0$ trovare il sottospazio $V \subseteq \mathbb{R}^3$ tale che
 $f(V) \subseteq W = \{(y_1, y_2, y_3) | y_1 - y_2 + y_3 = 0\}$
punti: 3

II

Stabilire in quali casi le matrici $A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & d \end{pmatrix}$, con $b \neq 0$, sono simili. Quando lo sono trovare una matrice P tale che $B = P^{-1}AP$.

punti: 5