

**Prof. Giuseppe Paxia**

### **Algebra Lineare:**

- 1) I vettori dello spazio ordinario. Somma di vettori, prodotto di un numero per un vettore. Prodotto scalare, prodotto vettoriale, prodotto misto. Componenti dei vettori ed operazioni mediante componenti.
- 2) I numeri complessi, operazioni e proprietà. Forma algebrica e forma trigonometrica dei numeri complessi. Formula di Moivre. Radici  $n$ -esime dei numeri complessi.
- 3) Spazi vettoriali e loro proprietà. Esempi. Sottospazi. Intersezione, unione e somma di sottospazi. Indipendenza lineare, relativo criterio. Generatori di uno spazio. Base di uno spazio, metodo degli scarti successivi, completamento ad una base. Lemma di Steinitz\*, dimensione di uno spazio vettoriale. Formula di Grassmann\*. Somme dirette.
- 4) Generalità sulle matrici. Rango. Matrici ridotte e metodo di riduzione. Prodotto di matrici. Sistemi lineari, teorema di Rouché-Capelli. Risoluzione dei sistemi lineari col metodo di riduzione (di Gauss), incognite libere. Inversa di una matrice quadrata. Sistemi omogenei e sottospazio delle soluzioni. Sistemi ad incognite vettoriali.
- 5) Determinanti e loro proprietà. I teoremi di Laplace\*. Calcolo dell'inversa di una matrice quadrata. Teorema di Binet\*. Teorema di Cramer\*. Teorema di Kronecker\*.
- 6) Applicazioni lineari e loro proprietà. Nucleo ed immagine di un'applicazione lineare. Iniettività, suriettività, isomorfismi. Lo spazio  $L(V, W)$ , suo isomorfismo\* con  $K^{m,n}$ . Studio delle applicazioni lineari. Cambio di base, matrici simili.
- 7) Autovalori, autovettori ed autospazi di un endomorfismo. Polinomio caratteristico. Dimensione degli autospazi. Indipendenza degli autovettori. Endomorfismi semplici e diagonalizzazione di matrici. Le matrici simmetriche reali sono diagonalizzabili.

### **Geometria**

- 1) Geometria lineare nel piano. Coordinate cartesiane e coordinate omogenee. Rette e loro equazioni. Intersezioni tra rette. Coefficiente angolare. Distanze. Fasci di rette.
- 2) Geometria lineare nello spazio. Coordinate cartesiane e coordinate omogenee. I piani e loro equazioni. Le rette, loro rappresentazione. Elementi impropri. Proprietà angolari di rette e piani. Distanze. Fasci di piani.
- 3) Cambiamenti di coordinate nel piano, rotazioni e traslazioni. Coniche e matrici associate, invarianti ortogonali. Equazioni ridotte, riduzione di una conica a forma canonica. Classificazione delle coniche irriducibili. Studio delle coniche in forma canonica. Circonferenze. Rette tangenti. Polarità e principali applicazioni. Fasci di coniche e loro uso per determinare coniche particolari. Determinazione dell'equazione di una conica con assegnate condizioni.
- 4) Quadriche nello spazio e matrici associate. Quadriche irriducibili. Vertici e quadriche degeneri. Equazioni ridotte, riduzione di una quadrica a forma canonica. Classificazione delle quadriche. Coni e cilindri. Sezioni di quadriche con rette e piani. Rette e piani tangenti. Polarità rispetto ad una quadrica non degenera. Proprietà della polarità. Cono e cilindro circoscritto ad una quadrica. Sistemi di rette sulle quadriche.

Le dimostrazioni dei teoremi contrassegnati con \* si possono omettere.

### **Testi consigliati**

G. Paxia: *Lezioni di Geometria*. Spazio Libri, Catania, 2005

S. Giuffrida, A. Ragusa: *Corso di Algebra Lineare*. Il Cigno Galileo Galilei, Roma, 1998.

A. Carfagna e L. Piccolella: *Complementi ed esercizi di Geometria e Algebra lineare*. Zanichelli, Bologna-2003